Exercice 1

Déterminer la forme faible de l'équation suivante de la conduction de chaleur en régime stationnaire pour un domaine unidimensionnel de longueur ℓ

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left(-\kappa(x) \frac{\mathrm{d}T(x)}{\mathrm{d}x} \right) = q \qquad 0 < x < \ell$$

compte tenu des conditions essentielles de bord

$$T(0) = T(\ell) = 0$$

où la variable T est la température et où la grandeur κ désigne le coefficient de conductibilité thermique que l'on choisit constant. Le flux de chaleur q est admis constant pour $0 < x < \ell/2$ et nul pour $\ell/2 < x < \ell$.

Exercice 2

A partir de la forme faible suivante

$$u \in \mathcal{U} : \int_0^\ell EA(\mathrm{d}u/\mathrm{d}x)(\mathrm{d}\delta u/\mathrm{d}x)\,\mathrm{d}x = P\delta u(\ell) - P\delta u(0) \quad \forall \delta u \in \mathcal{V}$$

avec les classes de fonctions

$$\mathcal{U} = \mathcal{V} = \{ w(x) \mid w(x) \in H^{1}(]0, \ell[) \}$$

établir la forme forte relative à l'allongement u (allongement virtuel δu) d'une éprouvette de traction caractérisée par un module d'élasticité E, une section droite d'aire A et une longueur caractéristique normalisée ℓ et soumise à deux forces opposées P.

